

# MATEMATICAS. 4ºESO-B. TEMA 9: Funciones

1.- Calcular el dominio de las siguientes funciones:

- a)  $f(x) = 2x^5 - 6x^3 + 8x^2 - 5$     b)  $f(x) = \frac{2x^2 - 3}{5}$     c)  $f(x) = \frac{2x^2 - 3}{x + 2}$     d)  $f(x) = \frac{2x^2 - 3}{x^2 - 1}$
- e)  $f(x) = \frac{2x^2 - 3}{x^2 + 1}$     f)  $f(x) = \frac{2x^2 - 3}{x^2 + 2x + 1}$     g)  $f(x) = \frac{2x^2 - 3}{x^3 + 3x^2 + 3x + 1}$     h)  $f(x) = \sqrt{x - 2}$
- i)  $f(x) = \sqrt{-x + 2}$     j)  $f(x) = \sqrt{x^2 - 6x + 8}$     k)  $f(x) = \sqrt{-x^2 + 6x - 8}$     l)  $f(x) = \sqrt{x^2 + 4x + 4}$
- m)  $f(x) = \sqrt{x^2 + x + 4}$     n)  $f(x) = \sqrt{-x^2 - 4x - 4}$     ñ)  $f(x) = \sqrt{x^3 - 4x^2 + 3x}$     o)  $f(x) = \frac{x - 5}{\sqrt{x - 2}}$
- p)  $f(x) = \frac{\sqrt{x - 2}}{x - 5}$     q)  $f(x) = \sqrt[3]{\frac{3x + 2}{x + 1}}$     r)  $f(x) = e^{2x - 3}$     s)  $f(x) = e^{\frac{2x - 3}{x}}$     t)  $f(x) = \ln(x - 2)$
- u)  $f(x) = \ln \frac{x}{x^2 + 1}$     v)  $f(x) = \sqrt{1 - \cos x}$     w)  $f(x) = \frac{2x^2 - 3}{(x^2 - 9)(x^2 - 4)}$     x)  $f(x) = \frac{\sqrt{x + 4}}{\sqrt{x^2 - 5x + 6}}$

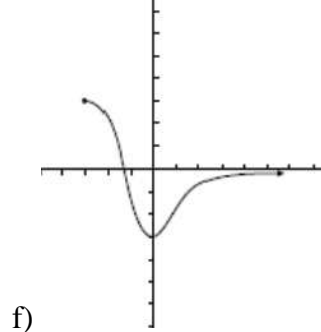
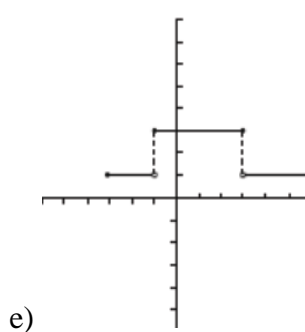
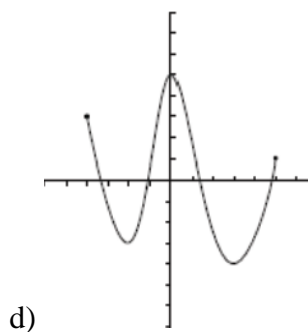
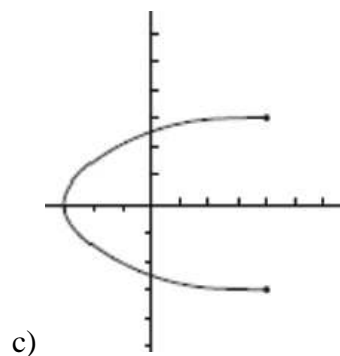
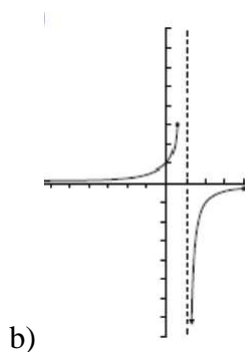
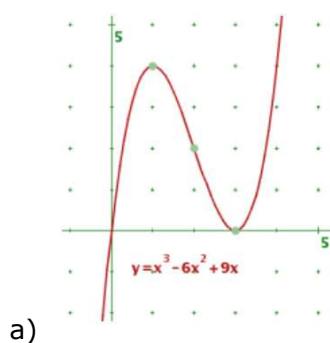
2.- Hallar las funciones inversas de:

- a)  $f(x) = 2x + 1$     b)  $f(x) = \frac{2x - 3}{4}$     c)  $f(x) = \frac{x + 3}{x - 2}$     d)  $f(x) = x^2$     e)  $f(x) = \sqrt[3]{x - 1}$

3.- Dadas las funciones:  $f(x) = \frac{x + 2}{2x + 1}$      $g(x) = \sqrt{x}$ , Calcular:

- a)  $g \circ f$     b)  $f \circ g$     c)  $f^{-1}$     d)  $g^{-1}$     e) Probar que:  $f^{-1} \circ f = i$

4.- Realiza un estudio global de las siguientes funciones:



# SOLUCIONES

## Ejercicio n° 1.

a)  $D = \mathbb{R}$     b)  $D = \mathbb{R}$     c)  $x+2=0$ ;  $D = \mathbb{R} - \{-2\}$     d)  $x^2 - 1 = 0$ ;  $x = \pm 1$ ;  $D = \mathbb{R} - \{\pm 1\}$

e)  $x^2 + 1 = 0$ ;  $D = \mathbb{R}$     f)  $x^2 + 2x + 1 = 0$      $(x+1)^2 = 0$      $D = \mathbb{R} - \{-1\}$

g)  $x^3 + 3x^2 + 3x + 1 = 0$      $(x+1)^3 = 0$      $D = \mathbb{R} - \{-1\}$

h)  $x - 2 \geq 0$      $D = [2, \infty)$     i)  $-x + 2 \geq 0$      $D = (-\infty, 2]$

j)  $x^2 - 6x + 8 \geq 0$      $D = (-\infty, 2] \cup [4, \infty)$     k)  $-x^2 + 6x - 8 \geq 0$      $D = [2, 4]$

l)  $(x+2)^2 \geq 0$      $D = \mathbb{R}$     m)  $x^2 + x + 4 \geq 0$      $D = \mathbb{R}$

n)  $-(x+2)^2 \geq 0$      $D = -2$

ñ)  $x(x^2 - 4x + 3) \geq 0$      $x(x-1)(x-3) \geq 0$      $D = [0, 1] \cup [3, \infty)$

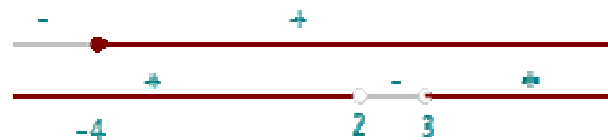
o)  $x - 2 > 0$      $D = (2, \infty)$     p)  $\begin{cases} x-5 \neq 0 \\ x-2 \geq 0 \end{cases}$      $D = \mathbb{R} - \{5\}$      $D = [2, \infty)$      $D = [2, 5) \cup (5, \infty)$

q)  $D = \mathbb{R} - \{-1\}$     r)  $D = \mathbb{R}$     s)  $D = \mathbb{R} - \{0\}$     t)  $x - 2 > 0$      $D = (2, \infty)$

u)  $\frac{x}{x^2 + 1} > 0$      $x > 0$      $D = (0, \infty)$     v)  $1 - \cos x \geq 0$      $\cos x \leq 1$      $D = \mathbb{R}$

w)  $(x^2 - 9)(x^2 - 4) = 0$ ;     $D = \mathbb{R} - \{-3, -2, 2, 3\}$

x)  $\begin{cases} x+4 \geq 0 \\ x^2 - 5x + 6 > 0 \end{cases}$      $[-4, \infty)$      $(-\infty, 2) \cup (3, \infty)$      $D = [-4, 2) \cup (3, \infty)$



## Ejercicio n° 2.

a)  $y = 2x + 1$      $x = \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}$      $f^{-1}(x) = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$

b)  $y = \frac{2x - 3}{4}$      $4y = 2x - 3$ ;  $x = \frac{4y + 3}{2}$      $f^{-1}(x) = \frac{4x + 3}{2}$

c)  $y = \frac{x+3}{x-2}$  ;  $y(x-2) = x+3$  ;  $yx - 2y = x+3$  ;  $x(y-1) = 2y+3$   
 $x = \frac{2y+3}{y-1}$  ;  $f^{-1}(x) = \frac{2x+3}{x-1}$

d)  $f(x) = x^2$  ;  $y = x^2$  ;  $x = \pm\sqrt{y}$  ;  $f^{-1}(x) = \pm\sqrt{x}$  ; **No es una función**

e)  $y = \sqrt[3]{x-1}$  ;  $y^3 = x-1$  ;  $x = y^3 + 1$  ;  $f^{-1}(x) = x^3 + 1$

Ejercicio n° 3.-

a)  $g \circ f = g[f(x)] = g\left(\frac{x+2}{2x+1}\right) = \sqrt{\frac{x+2}{2x+1}}$

b)  $f \circ g = f[g(x)] = f(\sqrt{x}) = \frac{\sqrt{x}+2}{2\sqrt{x}+1}$

c)  $y = \frac{x+2}{2x+1}$  ;  $y(2x+1) = x+2$   
 $2xy + y = x + 2$  ;  $2xy - x = -y + 2$   
 $x(2y-1) = -y + 2$  ;  $x = \frac{-y+2}{2y-1}$  ;  $f^{-1}(x) = \frac{-x+2}{2x-1}$

d)  $f(x) = \sqrt{x}$  ;  $y = \sqrt{x}$  ;  $y^2 = x$  ;  $g^{-1}(x) = x^2$

e)  $f^{-1} \circ f(x) = f^{-1}[f(x)] = f^{-1}\left(\frac{x+2}{2x+1}\right) = \frac{2 - \left(\frac{x+2}{2x+1}\right)}{2\left(\frac{x+2}{2x+1}\right) - 1} = \frac{4x+2-x-2}{2x+4-2x-1} = \frac{3x}{2x+1} = x = i(x)$

Ejercicio n° 4.-

- |   |  |   |
|---|--|---|
| <p>a) DOMINIO: <math>\mathbb{R}</math><br/>         IMAGEN: <math>\mathbb{R}</math><br/>         CRECIMIENTO: <math>(-\infty, 1) \cup (3, \infty)</math><br/>         DECRECIMIENTO: <math>(1, 3)</math><br/>         SIMETRÍA: <math>\text{NO}</math><br/>         ACOTACIÓN: <math>\text{NO}</math><br/>         MÁXIMOS: en <math>x=1</math> (relativo)<br/>         MÍNIMOS: en <math>x=3</math> (relativo)<br/>         CONTINUIDAD: en <math>\mathbb{R}</math></p>  | <p>b) DOMINIO: <math>(-\infty, \frac{1}{2}) \cup (1, \infty)</math><br/>         IMAGEN: <math>\mathbb{R} - \{0\}</math><br/>         CRECIMIENTO: <math>(-\infty, \frac{1}{2}) \cup (1, \infty)</math><br/>         DECRECIMIENTO: <math>\text{NO}</math><br/>         SIMETRÍA: <math>\text{NO}</math><br/>         ACOTACIÓN: <math>\text{NO}</math><br/>         MÁXIMOS: No tiene<br/>         MÍNIMOS: No tiene<br/>         CONTINUIDAD: <math>\mathbb{R} - \{1\}</math><br/>         Discontinuidad inevitable en <math>x=1</math></p> | <p>c) No es función</p>   |
| <p>d) DOMINIO: <math>[-4, 5]</math><br/>         IMAGEN: <math>[4, 5]</math><br/>         CRECIMIENTO: <math>(2, 0) \cup (3, 5)</math><br/>         DECRECIMIENTO: <math>(-4, -2) \cup (0, 3)</math><br/>         SIMETRÍA: <math>\text{NO}</math><br/>         ACOTACIÓN: por <math>K=5</math> y <math>L=-4</math><br/>         MÁXIMOS: en <math>x=0</math> (abs), <math>x=-4</math> y <math>5</math><br/>         MÍNIMOS: en <math>x=-2</math> y <math>x=3</math> (abs)<br/>         CONTINUIDAD: en <math>[-4, 5]</math></p> | <p>e) DOMINIO: <math>[-3, 6]</math><br/>         IMAGEN: <math>\{1, 3\}</math><br/>         CRECIMIENTO:<br/>         DECRECIMIENTO:<br/>         SIMETRÍA: <math>\text{NO}</math><br/>         ACOTACIÓN: por <math>K=3</math> y <math>L=1</math><br/>         MÁXIMOS:<br/>         MÍNIMOS:<br/>         CONTINUIDAD: Discontinuidades inevitables en <math>x=1</math> y <math>x=3</math></p>   | <p>f) DOMINIO: <math>[-3, 6]</math><br/>         IMAGEN: <math>[-3, 3]</math><br/>         CRECIMIENTO: <math>(0, \infty)</math><br/>         DECRECIMIENTO: <math>(-3, 0)</math><br/>         SIMETRÍA: <math>\text{NO}</math><br/>         ACOTACIÓN: Sup: <math>K=3</math> ; inf: <math>L=-3</math><br/>         MÁXIMOS: en <math>x=-3</math> (abs)<br/>         MÍNIMOS: en <math>x=0</math> (abs)<br/>         CONTINUIDAD: es continua</p> |