

# 5 Expresiones algebraicas

## ACTIVIDADES INICIALES

- 5.I. Los jeroglíficos se usaban también para representar números, usando un sistema posicional, como el romano. ¿Qué ventajas y qué inconvenientes tiene ese tipo de sistemas?

El principal inconveniente es la dificultad para realizar cálculos. La mayor ventaja es el uso de pocos símbolos.

- 5.II. En esta unidad vas a estudiar otro lenguaje, el algebraico, que te permitirá traducir y resolver problemas de todo tipo. No te preocupes, verás que es mucho más sencillo de lo que parece... Por ejemplo, si la edad de una persona es  $a$ , escribe en lenguaje algebraico:

- a) El doble de su edad.
- b) Su edad dentro de 10 años.
- c) La mitad de la edad que tenía hace 4 años.

a) El doble de la edad:  $2a$

b) Dentro de 10 años:  $a + 10$

c) La mitad de su edad hace 4 años:  $\frac{a-4}{2}$

- 5.III. Muchos jeroglíficos adornaban las paredes interiores de las pirámides. ¿Sabes de dónde viene la palabra “jeroglífico”? ¿Y la palabra “pirámide”? Busca información al respecto.

La palabra “jeroglífico” viene del griego, de las palabras “sagrado” y “grabar”. Una traducción libre podría ser “escritura sagrada”. La palabra “pirámide” podría proceder del griego, y tendría el mismo origen que la palabra “pira”, hoguera.

## ACTIVIDADES PROPUESTAS

- 5.1. Actividad resuelta.

- 5.2. Expresa en lenguaje algebraico esta información.

a) “En un cibercafé cobran 0,75 euros por conectarse a internet más 1,25 euros por cada hora de uso”.

b) “El triple de su edad menos cinco años”.

c) “La mitad de la diferencia de dos números”.

d) “El triple de un número más su cuadrado”.

a) Si indicamos con  $t$  el número de horas de uso, el coste se puede expresar así:  $0,75 + 1,25t$ .

b) Si indicamos con  $x$  la edad, podemos escribir:  $3x - 5$ .

c) Si indicamos con  $m$  el mayor y con  $n$  el menor de los números mencionados, la mitad de la diferencia se podría expresar así:  $\frac{m-n}{2}$ .

d) Si indicamos con  $p$  el número, podríamos expresarlo así:  $3 \cdot p + p^2$ .

- 5.3. Un cristal para enmarcar cuadros tiene un precio fijo de 25 euros, y cada decímetro del marco cuesta 4 euros. Expresa con una fórmula el coste de enmarcar un cuadro cualquiera.

Si  $x$  es el número de decímetros del marco del cuadro y  $c$  el coste:

$$c = 25 + 4x$$

- 5.4. (TIC) Calcula el valor numérico de las siguientes expresiones algebraicas para los datos que se indican:

a)  $x^5 - x^2$  para  $x = -1$

b)  $a^2 + b^2$  para  $a = 1$  y  $b = -1$

c)  $3n^2 - 5abc$  para  $n = 1$ ,  $a = 2$ ,  $b = -1$ ,  $c = 0$

d)  $\frac{3x^2 - 5}{y}$  para  $x = 5$ ,  $y = -14$

a)  $x^5 - x^2$  para  $x = -1 \rightarrow (-1)^5 - (-1)^2 = -1 - 1 = -2$

b)  $a^2 + b^2$  para  $a = 1$  y  $b = -1 \rightarrow 1^2 + (-1)^2 = 1 + 1 = 2$

c)  $3n^2 - 5abc$  para  $n = 1$ ,  $a = 2$ ,  $b = -1$ ,  $c = 0 \rightarrow 3 \cdot 1^2 - 5 \cdot 2 \cdot (-1) \cdot 0 = 3 - 0 = 3$

d)  $\frac{3x^2 - 5}{y}$  para  $x = 5$ ,  $y = -14 \rightarrow \frac{3 \cdot 5^2 - 5}{-14} = \frac{3 \cdot 25 - 5}{-14} = \frac{75 - 5}{-14} = \frac{70}{-14} = -5$

- 5.5. Transcribe al lenguaje usual las siguientes expresiones algebraicas.

a)  $2(a + b)$

b)  $(x + y)^2$

c)  $x^2 + y^2$

a) Doble de la suma de  $a$  y  $b$

b) Cuadrado de la suma de dos números.

c) Suma de los cuadrados de dos números

- 5.6. Actividad Interactiva.

- 5.7. Actividad resuelta.

- 5.8. Indica cuáles de las siguientes expresiones son monomios, y en su caso, señala el coeficiente y la parte literal e indica el grado.

a)  $\frac{1}{3}xyz^5$

b)  $(a - b)^2$

c)  $-4a^5b^3c$

a) Sí es un monomio. El coeficiente es  $\frac{1}{3}$ ; la parte literal es  $xyz^5$ , y el grado,  $1 + 1 + 5 = 7$ .

b) No es un monomio.

c) Sí es un monomio. El coeficiente es  $-4$ ; la parte literal es  $a^5b^3c$ , y el grado,  $5 + 3 + 1 = 9$ .

5.9. Reduce las siguientes expresiones algebraicas.

a)  $5b^2c + 3bc^2 + 4c^2$

b)  $6a^3 + 5a^2 - 8a^3 + 4a^2$

c)  $[2a^3 - 5b^3] - [7b^3 - 6a^3]$

d)  $\frac{3}{4}x + 2x^2 - 5x^3 + \frac{7}{4}x^2 - \frac{5}{2}x + 4x^3$

e)  $5ab^2 - 8ab^2 + 5ab^2 - 3a^2b$

f)  $3 - \frac{2}{5}z^2 + 7 + 1 - 3z + 8z^2$

a)  $5b^2 + 3bc^2 + 4c^2$ . No se puede reducir, ya que no hay términos semejantes.

b)  $6a^3 + 5a^2 - 8a^3 + 4a^2 = (6 - 8)a^3 + (5 + 4)a^2 = -2a^3 + 9a^2$

c)  $[2a^3 - 5b^3] - [7b^3 - 6a^3] = 2a^3 - 5b^3 - 7b^3 + 6a^3 = (2 + 6)a^3 + (-5 - 7)b^3 = 8a^3 - 12b^3$

d)  $\frac{3}{4}x + 2x^2 - 5x^3 + \frac{7}{4}x^2 - \frac{5}{2}x + 4x^3 = \left(\frac{3}{4} - \frac{5}{2}\right)x + \left(2 + \frac{7}{4}\right)x^2 + (-5 + 4)x^3 =$   
 $= \left(\frac{3}{4} - \frac{10}{4}\right)x + \left(\frac{8}{4} + \frac{7}{4}\right)x^2 + (-5 + 4)x^3 = \frac{-7}{4}x + \frac{15}{4}x^2 - x^3$

e)  $5ab^2 - 8ab^2 + 5ab^2 - 3a^2b = (5 - 8 + 5)ab^2 - 3a^2b = 2ab^2 - 3a^2b$

f)  $3 - \frac{2}{5}z^2 + 7 + 1 - 3z + 8z^2 = \left(-\frac{2}{5} + 8\right)z^2 - 3z + (3 + 7 + 1) =$   
 $= \left(-\frac{2}{5} + \frac{40}{5}\right)z^2 - 3z + (3 + 7 + 1) = \frac{38}{5}z^2 - 3z + 11$

5.10. Realiza las siguientes operaciones.

a)  $3x \cdot x^2 \cdot 2y$

b)  $a^3 : a^2$

c)  $-4x^2y : 2x^2y^2$

a)  $3x \cdot x^2 \cdot 2y = 6x^3y$

b)  $a^3 : a^2 = a$

c)  $-4x^2y : 2x^2y^2 = \frac{-2}{y}$

d)  $4a \cdot (-3a^3) \cdot 2a$

e)  $8abcz^3 : 4abz^2$

f)  $5x^2y : 3xy^2$

d)  $4a \cdot (-3a^3) \cdot 2a = -24a^5$

e)  $8abcz^3 : 4abz^2 = 2cz$

f)  $5x^2y : 3xy^2 = \frac{5x}{3y}$

5.11. Indica en cada caso si se trata de monomios divisibles.

a)  $25x^3y^4z$      $10x^4yz$

b)  $18ab^3c$      $9ab^2c$

a) No lo son. El primero no es divisible entre el segundo porque el grado de la variable x en el segundo es mayor. El segundo no es divisible entre el primero porque el grado de la variable y es mayor en el primero.

b) Es divisible el primero entre el segundo, ya que tienen las mismas variables, y los grados en las variables del primer monomio son mayores o iguales que los del segundo. El resultado es 2b.

5.19. Dados los polinomios:

$$A(x) = -10x^3 + 7x^2 - 5x + 8$$

$$B(x) = x^4 - 5x^3 + 10x - 10$$

$$C(x) = -6x^4 - 8x^2 + 4$$

a) Calcula  $B(x) - A(x) - C(x)$

b) Calcula  $C(x) - B(x) + A(x)$

$$\begin{array}{r} \phantom{+} x^4 \phantom{+} -5x^3 \phantom{+} +10x \phantom{-} -10 \\ + \phantom{x^4} +10x^3 \phantom{-} -7x^2 \phantom{+} +5x \phantom{-} -8 \\ +6x^4 \phantom{+} +8x^2 \phantom{+} \phantom{+5x} \phantom{-} -4 \\ \hline 7x^4 +5x^3 +x^2 +15x -22 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -6x^4 \phantom{+} -8x^2 \phantom{+} +4 \\ + -x^4 +5x^3 -10x +10 \\ \phantom{+} -10x^3 +7x^2 -5x +8 \\ \hline -7x^4 -5x^3 -x^2 -15x +22 \end{array}$$

Observación: Nótese que  $-(B - A - C) = -B + A + C$ , es decir, el apartado b es el opuesto del a.

5.20. Copia y completa en tu cuaderno la siguiente operación.

$$\begin{array}{r} 5x^4 - \boxed{\phantom{00}}x^3 + 2x^2 - 6x + 3 \\ + \boxed{\phantom{00}}x^4 + 3x^3 - \boxed{\phantom{00}}x^2 + \boxed{\phantom{00}}x - 7 \\ \hline -6x^4 + 4x^3 - x^2 + 2x + \boxed{\phantom{00}} \end{array}$$
  

$$\begin{array}{r} 5x^4 - \boxed{6}x^3 + 2x^2 - 6x + 3 \\ + \boxed{-11}x^4 + 3x^3 - \boxed{9}x^2 + \boxed{13}x - 7 \\ \hline -6x^4 + 4x^3 - x^2 + 2x + \boxed{6} \end{array}$$

5.21. Actividad resuelta.

5.22. Realiza las siguientes operaciones.

a)  $(2a^2b - 6b^2) \cdot 3ab$

b)  $(6x^4 - 5x^3 + 3x^2 - x + 9) \cdot 2x^3$

c)  $15xy^2 \cdot (3x^2y^2 - 5x^2y + 7xy)$

d)  $(-8x^2z) \cdot (4xz - 6xz^2 + 4xz^3)$

a)  $(2a^2b - 6b^2) \cdot 3ab = 6a^3b^2 - 18ab^3$

b)  $(6x^4 - 5x^3 + 3x^2 - x + 9) \cdot 2x^3 = 12x^7 - 10x^6 + 6x^5 - 2x^4 + 18x^3$

c)  $15xy^2 \cdot (3x^2y^2 - 5x^2y + 7xy) = 45x^3y^4 - 75x^3y^3 + 105x^2y^3$

d)  $(-8x^2z) \cdot (4xz - 6xz^2 + 4xz^3) = -32x^3z^2 + 48x^3z^3 - 32x^3z^4$



5.26. Realiza las siguientes divisiones.

- a)  $(8x^6 - 4x^5 + 6x^3 - 2x^2 - 10x) : (2x)$       b)  $(6x - 2xy + 4xz) : \left(-\frac{1}{2}x\right)$
- c)  $(x^4y + xy - 3xy^3) : (xy)$       c)  $(x^2 - x + 2y) : (2x)$
- a)  $(8x^6 - 4x^5 + 6x^3 - 2x^2 - 10x) : (2x) = 4x^5 - 2x^4 + 3x^2 - x - 5$
- b)  $(x^4y + xy - 3xy^3) : (xy) = x^3 + 1 - 3y^2$
- c)  $(6x - 2xy + 4xz) : \left(-\frac{1}{2}x\right) = -12 + 4y - 8z$
- d)  $(x^2 - x + 2y) : (2x) = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} + \frac{y}{x}$  (El resultado no es un polinomio).

5.27. Calcula las siguientes potencias.

- a)  $(2xy^3 - 5x^2)^2$       b)  $\left(2a + \frac{1}{2}b\right)^2$
- a)  $(2xy^3 - 5x^2)^2 = 4x^2y^6 - 20x^3y^3 + 25x^4$       b)  $\left(2a + \frac{1}{2}b\right)^2 = 4a^2 + 2ab + \frac{1}{4}b^2$

5.28. Copia en tu cuaderno y completa.

- a)  $(5x^2y - 2xy) \cdot \square = 10x^2y^2 - 4xy^2$       b)  $(\square + \square) : 2ab = (a^2b + ab)$
- a)  $(5x^2y - 2xy) \cdot \boxed{2y} = 10x^2y^2 - 4xy^2$       b)  $(\boxed{2a^3b^2} + \boxed{2a^2b^2}) : 2ab = (a^2b + ab)$

5.29. Realiza las siguientes operaciones.

- a)  $3x^2 \cdot (4x^2 - 5x + 6) - (2 - 3x) \cdot (-3x^2)$
- b)  $(1 - x^2) \cdot x^2 - x^3 \cdot (x^2 - 4)$
- a)  $3x^2 \cdot (4x^2 - 5x + 6) - (2 - 3x) \cdot (-3x^2) = 12x^4 - 15x^3 + 18x^2 - (-6x^2 + 9x^3) =$   
 $= 12x^4 - 15x^3 + 18x^2 + 6x^2 - 9x^3 = 12x^4 - 24x^3 + 24x^2$
- b)  $(1 - x^2) \cdot x^2 - x^3 \cdot (x^2 - 4) = x^2 - x^4 - x^5 + 4x^3 = -x^5 - x^4 + 4x^3 + x^2$

5.30. Reduce las siguientes expresiones.

- a)  $(3 - 2a + 5a^3) \cdot (6 - 8a^3) - 12a^2 \cdot (4a + 6)$
- b)  $7x^2 \cdot (9x^2 - 5x + 9) - (x^3 + 4x) \cdot (1 - x^2)$
- c)  $(8x^4 - 6x^3 + 5x^2) : 2x^2 + (3x^2 - 5) \cdot (1 - 2x)$
- d)  $6x^5 \cdot (3x^2 - 2x + 9) - (4x^5 + 6x^3 - 10x) : (2x)$
- a)  $(3 - 2a + 5a^3) \cdot (6 - 8a^3) - 12a^2 \cdot (4a + 6) = 18 - 12a + 30a^3 - 24a^3 + 16a^4 - 40a^6 - 48a^3 - 72a^2 =$   
 $= -40a^6 + 16a^4 - 42a^3 - 72a^2 - 12a + 18$
- b)  $7x^2 \cdot (9x^2 - 5x + 9) - (x^3 + 4x) \cdot (1 - x^2) = 63x^4 - 35x^3 + 63x^2 - (x^3 - x^5 + 4x - 4x^3) =$   
 $= 63x^4 - 35x^3 + 63x^2 - x^3 + x^5 - 4x + 4x^3 = x^5 + 63x^4 - 32x^3 + 63x^2 - 4x$
- c)  $(8x^4 - 6x^3 + 5x^2) : 2x^2 + (3x^2 - 5) \cdot (1 - 2x) = 4x^2 - 3x + \frac{5}{2} + 3x^2 - 6x^3 - 5 + 10x = -6x^3 + 7x^2 + 7x - \frac{5}{2}$
- d)  $6x^5 \cdot (3x^2 - 2x + 9) - (4x^5 + 6x^3 - 10x) : (2x) = 18x^7 - 12x^6 + 54x^5 - (2x^4 + 3x^2 - 5) =$   
 $= 18x^7 - 12x^6 + 54x^5 - 2x^4 - 3x^2 + 5$

5.31. Actividad interactiva.

5.32. Actividad resuelta.

5.33. Actividad resuelta.

5.34. Desarrolla las siguientes expresiones.

a)  $(2x + 3y)^2$

d)  $(7x^3 - 2y^2)^2$

b)  $(2xy - a)^2$

e)  $(1 - p)(p + 1)$

c)  $(-2 + y)^2$

f)  $(x^3 + 2x)^2$

a)  $(2x + 3y)^2 = (2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot 3y + (3y)^2 = 4x^2 + 12xy + 9y^2$

b)  $(2xy - a)^2 = (2xy)^2 - 2 \cdot (2xy) \cdot a + a^2 = 4x^2y^2 - 4xya + a^2$

c)  $(-2 + y)^2 = (-2)^2 + 2 \cdot (-2) \cdot y + y^2 = 4 - 4y + y^2$

d)  $(7x^3 - 2y^2)^2 = (7x^3)^2 - 2 \cdot (7x^3) \cdot (2y^2) + (2y^2)^2 = 49x^6 - 28x^3y^2 + 4y^4$

e)  $(1 - p)(p + 1) = 1^2 - p^2$

f)  $(x^3 + 2x)^2 = (x^3)^2 + 2 \cdot x^3 \cdot 2x + (2x)^2 = x^6 + 4x^4 + 4x^2$

5.35. Expresa en forma del cuadrado de un binomio.

a)  $1 + 4p + 4p^2$

b)  $z^2 - 8zx + 16x^2$

a)  $1 + 4p + 4p^2 = (1 + 2p)^2$

b)  $z^2 - 8zx + 16x^2 = (z - 4x)^2$

5.36. Actividad interactiva.

## EJERCICIOS

Expresiones algebraicas

5.37. Designa la arista de un cubo con la letra  $a$ .

a) ¿Cuál es la expresión del volumen del cubo?

b) ¿Cuál es el volumen de un cubo de 1 centímetro de arista? ¿Y de 2 centímetros? ¿Y de 10 centímetros?

a)  $V = a^3$ , donde  $V$  es el volumen, y  $a$  es la medida de la arista.

b) Arista de 1 cm  $\rightarrow a = 1 \text{ cm} \rightarrow V = 1^3 \text{ cm}^3 = 1 \text{ cm}^3$

Arista de 2 cm  $\rightarrow a = 2 \text{ cm} \rightarrow V = 2^3 \text{ cm}^3 = 8 \text{ cm}^3$

Arista de 10 cm  $\rightarrow a = 10 \text{ cm} \rightarrow V = 10^3 \text{ cm}^3 = 1000 \text{ cm}^3$

5.38. Un recipiente contiene 4 litros de agua, y cada hora se vierte en él 0,5 litros de agua. Expresa con lenguaje matemático esta información.

Si indicamos con  $t$  el número de horas que se vierte agua, la información la podemos expresar así:  
 $4 + 0,5 \cdot t$ .

5.39. Una tienda de confección de cortinas cobra 4,50 euros por metro de cortina confeccionada.

- a) ¿Cuánto cuesta confeccionar una cortina de 5 metros?
  - b) Escribe la fórmula que relaciona el número de metros de cortina con el coste de la misma.
- a) Confeccionar una cortina de 5 metros cuesta:  $4,50 \text{ €} \cdot 5 = 22,50 \text{ €}$ .
- b) Si indicamos con  $n$  el número de metros de cortina y con  $c$  el coste, la fórmula es:  $c = 4,50 \cdot n$ .

5.40. Expresa con lenguaje matemático la siguiente propiedad: “En un triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos”.

Si  $a$  es la hipotenusa, y  $b$  y  $c$  son los catetos del triángulo rectángulo, la propiedad se expresa así:  
 $a^2 = b^2 + c^2$ . (La propiedad es el teorema de Pitágoras).

5.41. Transcribe al lenguaje ordinario las siguientes expresiones.

- |                  |                            |                                |
|------------------|----------------------------|--------------------------------|
| a) $\frac{1}{x}$ | c) $3 \cdot \sqrt{x-1}$    | e) $x^2 + 3 \cdot \frac{x}{2}$ |
| b) $3b^3 - b^2$  | d) $5 \cdot \frac{1}{x^2}$ | f) $(x - x^2)^2$               |

- a) El inverso de un número
- b) El triple del cubo de una cantidad menos el cuadrado de esa misma cantidad
- c) El triple de la raíz cuadrada de una cantidad que se ha disminuido en una unidad
- d) El quíntuple del inverso del cuadrado de un número
- e) El cuadrado de un número sumado al triple de la mitad de dicho número
- f) El cuadrado de la diferencia entre un número y su propio cuadrado

Valor numérico de una expresión algebraica

5.42. (TIC) Calcula el valor numérico de las siguientes expresiones algebraicas para los valores de las letras que se indican.

- a)  $2b$  para  $b = -1$
  - b)  $1 - 2y$  para  $y = -2$
  - c)  $-4bc^2 + 3b^4$  para  $b = 1, c = -2$
  - d)  $(x + y)^2$  para  $x = 2, y = 5$
  - e)  $3x^3y^2 - 5xy$  para  $x = -2, y = -1$
- a)  $2b$  para  $b = -1 \rightarrow 2 \cdot (-1) = -2$
- b)  $1 - 2y$  para  $y = -2 \rightarrow 1 - 2 \cdot (-2) = 1 + 4 = 5$
- c)  $-4bc^2 + 3b^4$  para  $b = 1, c = -2 \rightarrow -4 \cdot 1 \cdot (-2)^2 + 3 \cdot 1^4 = -4 \cdot 1 \cdot 4 + 3 \cdot 1 = -16 + 3 = -13$
- d)  $(x + y)^2$  para  $x = 2, y = 5 \rightarrow (2 + 5)^2 = 7^2 = 49$
- e)  $3x^3y^2 - 5xy$  para  $x = -2, y = -1 \rightarrow 3 \cdot (-2)^3 \cdot (-1)^2 - 5 \cdot (-2) \cdot (-1) = 3 \cdot (-8) \cdot 1 - 10 = -24 - 10 = -34$



5.43. (TIC) Calcula el valor numérico de la expresión  $6x^3 + 7x^2 - 9x + 2$  para  $x = 1$  y para  $x = -2$ .

Para  $x = 1 \rightarrow 6 \cdot 1^3 + 7 \cdot 1^2 - 9 \cdot 1 + 2 = 6 + 7 - 9 + 2 = 6$

Para  $x = -2 \rightarrow 6 \cdot (-2)^3 + 7 \cdot (-2)^2 - 9 \cdot (-2) + 2 = 6 \cdot (-8) + 7 \cdot 4 - 9 \cdot (-2) + 2 = -48 + 28 + 18 + 2 = 0$

5.44. (TIC) Calcula el valor numérico de las siguientes expresiones para  $x = -3$ .

a)  $x - 8$

e)  $9 - 3x^2$

b)  $3 - x$

f)  $-(1 - x^2)$

c)  $4x - 0,5x^2$

g)  $(x - 3) \cdot (x + 5)$

d)  $11 - x^2$

h)  $(x + 3) \cdot (x^3 - 1)$

a)  $(-3) - 8 = -11$

b)  $3 - (-3) = 3 + 3 = 6$

c)  $4 \cdot (-3) - 0,5 \cdot (-3)^2 = -12 - 0,5 \cdot 9 = -12 - 4,5 = -16,5$

d)  $11 - (-3)^2 = 11 - 9 = 2$

e)  $9 - 3 \cdot (-3)^2 = 9 - 3 \cdot 9 = 9 - 27 = -18$

f)  $-(1 - (-3)^2) = -(1 - 9) = -(-8) = 8$

g)  $((-3) - 3) \cdot ((-3) + 5) = (-6) \cdot (+2) = -12$

h)  $((-3) + 3) \cdot ((-3)^3 - 1) = 0 \cdot (-27 - 1) = 0$

### Monomios y polinomios

5.45. Indica cuáles de las siguientes expresiones algebraicas son monomios, señalando el coeficiente, la parte literal y el grado.

a)  $\frac{2x^2b}{a}$

c)  $ab^3c^2$

b)  $-5x^2ab$

d)  $xy^{-2}$

a) No es un monomio.

b) Sí es un monomio. El coeficiente es  $-5$ ; la parte literal es  $x^2ab$ ; el grado es  $2 + 1 + 1 = 4$ .

c) Sí es un monomio. El coeficiente es  $1$  (no está escrito); la parte literal es  $ab^3c^2$ ; el grado es  $1 + 3 + 2 = 6$ .

d) No es un monomio. El exponente de la variable  $y$  es negativo.

5.46. Señala cuál de estas expresiones es un polinomio y en tal caso indica su grado y coeficiente principal.

a)  $2x^4 - 3y^2 + 5ab^2 - \frac{2}{3}$

c)  $xyz - 6x^2yz^3 + 12xyz^4$

b)  $7ab^2 - ac^{-3}d + 6abcd$

d)  $\frac{2}{5}a^4 - 5a^3 + 7a - 6 + \frac{1}{a}$

a) Sí es un polinomio. Su grado es  $4$ . Su coeficiente principal es  $2$ .

b) No es un polinomio porque hay variables elevadas a exponentes negativos.

c) Sí es un polinomio. Su grado es  $6$  y posee dos coeficientes principales:  $-6$  y  $12$  (los monomios correspondientes tienen grado máximo y no son semejantes).

d) No es un polinomio. Hay variables en el denominador de uno de los términos de la expresión.

Operaciones con monomios y polinomios

5.47. Haz las siguientes operaciones y reduce términos semejantes.

- a)  $(x - y) - (x + y - z)$   
 b)  $a - [(b - a) - (b - c)]$   
 c)  $p^2 - (p^2 - q^2) + (q^2 - r^2) + q^2$   
 d)  $(a + b + c) - (a - (a - b + c))$   
 e)  $2a^2b - ab^2 - [5a^2b - (ab^2 + 3a^2b)]$   
 f)  $(1 - x^2) - (x^2 + 3x - 5) - (x - 1)$
- a)  $(x - y) - (x + y - z) = x - y - x - y + z = -2y + z$   
 b)  $a - [(b - a) - (b - c)] = a - [b - a - b + c] = a - [-a + c] = a + a - c = 2a - c$   
 c)  $p^2 - (p^2 - q^2) + (q^2 - r^2) + q^2 = p^2 - p^2 + q^2 + q^2 - r^2 + q^2 = 3q^2 - r^2$   
 d)  $(a + b + c) - (a - (a - b + c)) = (a + b + c) - (a - a + b - c) = (a + b + c) - (b - c) = a + b + c - b + c = a + 2c$   
 e)  $2a^2b - ab^2 - [5a^2b - (ab^2 + 3a^2b)] = 2a^2b - ab^2 - [5a^2b - ab^2 - 3a^2b] = 2a^2b - ab^2 - [2a^2b - ab^2] = 2a^2b - ab^2 - 2a^2b + ab^2 = 0$   
 f)  $(1 - x^2) - (x^2 + 3x - 5) - (x - 1) = 1 - x^2 - x^2 - 3x + 5 - x + 1 = -2x^2 - 4x + 7$

5.48. Realiza las siguientes operaciones.

- a)  $-3pq^2 + 5pq^2 + pq^2$   
 b)  $5b^3 - 4b^3$   
 c)  $-xy + 2yx$   
 d)  $14xy^2z \cdot 2z^2$   
 e)  $12x^3a : (6x^2a) = 2x$   
 f)  $(4x^2a - 3ba^4x^3) : (x^2a) = 4 - 3ba^3x$   
 g)  $2x^2 \cdot (3x - 7x^3) = 6x^3 - 14x^5$   
 h)  $4x^2y \cdot (-2xy) \cdot 8xy^2 = (-8x^3y^2) \cdot 8xy^2 = -64x^4y^4$

5.49. Extrae factor común.

- a)  $-5a^3 + 10a^5 + 10a^6 - 15a^7$   
 b)  $z^3t^3 - 2t^2z^3 + 7t^2z^2$   
 c)  $pqr^2 - pq^2r + p^2qr$
- a)  $-5a^3 + 10a^5 + 10a^6 - 15a^7 = 5a^3 \cdot (-1 + 2a^2 + 2a^3 - 3a^4)$   
 b)  $z^3t^3 - 2t^2z^3 + 7t^2z^2 = z^2t^2 \cdot (zt - 2z + 7)$   
 c)  $pqr^2 - pq^2r + p^2qr = pqr \cdot (r - q + p)$

5.62. Copia y completa en tu cuaderno para que las expresiones sean el cuadrado de una suma o una diferencia.

a)  $a^2 + \square + b^2$

e)  $\square x^2 + 4xy + y^2$

b)  $a^2 + 4b^2 - \square$

f)  $9x^2 - \square x + 4$

c)  $x^2 + 9 + \square$

g)  $25y^2 - 40y + \square$

d)  $25a^2 + \square + 1$

h)  $x^2 + x + \square$

a)  $a^2 + \boxed{2ab} + b^2$

e)  $\boxed{4}x^2 + 4xy + y^2$

b)  $a^2 + 4b^2 - \boxed{4ab}$

f)  $9x^2 - \boxed{12}x + 4$

c)  $x^2 + 9 + \boxed{6x}$

g)  $25y^2 - 40y + \boxed{16}$

d)  $25a^2 + \boxed{10a} + 1$

h)  $x^2 + x + \boxed{\frac{1}{4}}$

5.63. Copia y completa en tu cuaderno de modo que la expresión resultante sea equivalente a una diferencia de cuadrados de dos monomios

a)  $(x + y)(x - \square)$

e)  $(2x - y)(\square + y)$

b)  $(\square - b)(a + b)$

f)  $(2 + 3y)(\square + \square)$

c)  $(x + 1)(\square - \square)$

g)  $(t^2 - 5)(\square + \square)$

d)  $(2a - 3b)(\square + \square)$

h)  $(xy - \square)(\square + y)$

a)  $(x + y)(x - \boxed{y})$

e)  $(2x - y)(\boxed{2x} + y)$

b)  $(\boxed{a} - b)(a + b)$

f)  $(2 + 3y)(\boxed{2} + \boxed{(-3)y})$

c)  $(x + 1)(\boxed{x} - \boxed{1})$

g)  $(t^2 - 5)(\boxed{t^2} + \boxed{5})$

d)  $(2a - 3b)(\boxed{2a} + \boxed{3b})$

h)  $(xy - \boxed{y})(\boxed{xy} + y)$

PROBLEMAS

5.64. Un litro de agua de mar contiene 26 gramos de sal.

- a) Indica con  $x$  el número de litros de agua de mar y expresa la cantidad de sal que contiene.
- b) Aplica la expresión obtenida para calcular los gramos de sal que hay en 100 litros de agua de mar.
  - a) Si  $C$  es la cantidad de sal expresada en gramos, podemos escribir  $C = 26 \cdot x$ .
  - b) Si disponemos de 100 litros  $\rightarrow x = 100 \rightarrow C = 26 \cdot 100 = 2600$  g de sal en 100 litros de agua.

5.65. Un viajero hace un trayecto a una velocidad media de 85 kilómetros por hora. Expresa mediante una fórmula la distancia que recorre en función del tiempo.

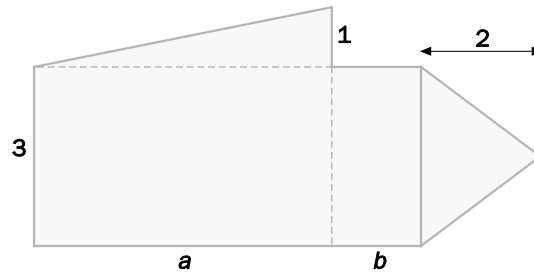
¿Qué distancia habrá recorrido al cabo de 72 minutos?

Si indicamos con  $t$  el tiempo en horas y con  $d$  la distancia, la fórmula se expresa así:  $d = 85 \cdot t$ .

Para saber lo que recorre en 72 minutos usando la expresión anterior debemos cambiar la unidad de medida de minutos a horas:  $72 : 60 = 1,2$  h.

72 minutos son 1,2 horas; por tanto, la distancia será  $d = 85 \cdot 1,2 = 102$  km.

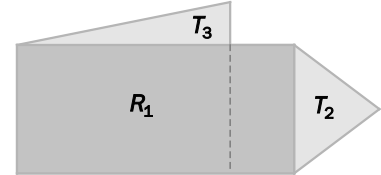
5.66. Encuentra el polinomio que expresa el área de la siguiente figura.



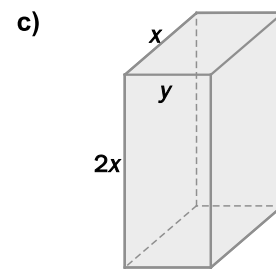
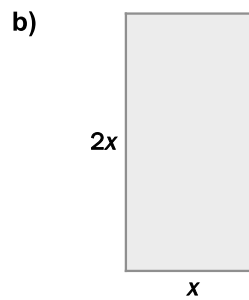
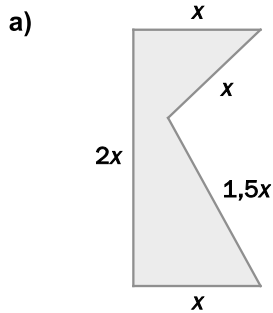
Área = área  $R_1$  + área  $T_2$  + área  $T_3$ :

$$\text{Área} = (a + b) \cdot 3 + \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot a \cdot 1 = 3a + 3b + 3 + \frac{1}{2}a = \frac{7}{2}a + 3b + 3$$

El polinomio es  $\frac{7}{2}a + 3b + 3$ .



5.67. Halla la expresión que da el perímetro de la primera figura, el área de la segunda y el volumen de la tercera. Indica el grado de cada una.



- a) Perímetro:  $x + 2x + x + x + 1,5x = 6,5x$ . Grado: 1  
 b) Área:  $x \cdot 2x = 2x^2$  Grado: 2  
 c) Volumen:  $2x \cdot y \cdot x = 2x^2y$  Grado: 3

5.68. (TIC) Un pintor contrata su trabajo del siguiente modo: 50 euros al iniciar el trabajo y 0,85 euros por metro cuadrado pintado.

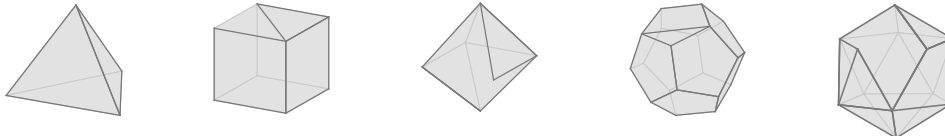
- a) Expresa mediante una fórmula el coste del trabajo en función del número de metros cuadrados pintados.  
 b) Calcula, aplicando la fórmula, cuánto costaría pintar los 300 metros cuadrados de pared de un piso.  
 c) Si otro pintor cobra 0,87 por metro cuadrado ¿sería más económico?  
 a) Si llamamos  $x$  al número de metros cuadrados que pinta y  $C$  al coste, la fórmula sería:  $C = 50 + 0,85x$ .  
 b) Pintar  $300 \text{ m}^2$  costaría:  $C = 50 + 0,85 \cdot 300 = 50 + 255 = 305 \text{ €}$ .  
 c) Si otro pintor cobra solamente por los metros cuadrados pintados, a razón de  $0,87 \text{ €}$  por cada metro, nos costaría:  $0,87 \cdot 300 = 261 \text{ €}$ . Por tanto, sí saldría más económico.

5.69. Un contenedor pesa 200 kilogramos, y cada una de las cajas que se introducen en él, 25 kilogramos. Expresa con una fórmula el peso del contenedor en función del número de cajas que se introduzcan.

Si indicamos con  $n$  el número de cajas y con  $p$  el peso total, podemos expresarlo con esta fórmula:

$$p = 200 + 25n$$

5.70. Observa los siguientes cuerpos geométricos.



a) Copia y completa la tabla.

	Vértices	Aristas	Caras	$v - a + c$
Tetraedro	4	6	4	2
Cubo				
Octaedro				
Dodecaedro				
Icosaedro				

b) Escribe la propiedad que relaciona los vértices, aristas y caras de estos cuerpos.

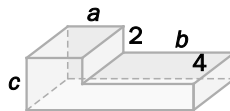
a)

	Vértices	Aristas	Caras	$v - a + c$
Tetraedro	4	6	4	2
Cubo	8	12	6	2
Octaedro	6	12	8	2
Dodecaedro	20	30	12	2
Icosaedro	12	30	20	2

b) En estos poliedros, conocidos como sólidos platónicos, el número de vértices ( $v$ ) menos el de aristas ( $a$ ) más el de caras ( $c$ ) es igual a 2. La fórmula es:

$$v - a + c = 2$$

5.71. Halla el polinomio que expresa el volumen de este cuerpo. ¿Cuál es el grado de cada monomio y del polinomio?



Volumen = volumen del ortoedro 1 + volumen del ortoedro 2

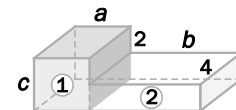
$$\text{Volumen} = 4ac + 4b(c - 2) = 4ac + 4bc - 8b$$

El grado del primer monomio,  $4ac$ , es 2.

El grado del segundo monomio,  $4bc$ , es 2.

El grado del tercer monomio,  $-8b$ , es 1.

El grado del polinomio es 2.



5.72. A partir de un cuadrado de hojalata de 10 centímetros de lado, se desea fabricar piezas recortando dos cuadraditos iguales de lado  $x$ , en dos esquinas.

a) Determina el polinomio que permite calcular el área de las piezas.

b) Si  $x$  mide 2 centímetros, ¿cuál será el área de la pieza?

a) Área de las piezas:  $10^2 - 2x^2 = 100 - 2x^2$

El polinomio que permite calcular el área de las piezas resultantes es  $100 - 2x^2$ .

b) Si  $x$  mide 2 centímetros, el área de la pieza es:  $100 - 2 \cdot 2^2 = 100 - 8 = 92 \text{ cm}^2$ .



## AUTOEVALUACIÓN.

- 5.1. A un técnico informático le pagan 50 euros por la revisión de cada ordenador. Por otra parte, le descuentan el 18% de la cantidad que cobra, en concepto de IVA.

Halla la fórmula que relaciona el dinero  $d$  que recibe el técnico y el número  $x$  de ordenadores revisados.

$$d = 50 \cdot x - \frac{18}{100} \cdot 50 \cdot x = 50x - 9x = 41x \Rightarrow \text{La fórmula es } d = 41x.$$

- 5.2. Dadas las siguientes expresiones algebraicas indica las que son monomios o polinomios.

a)  $5x^2\sqrt{y}$       b)  $-3ab^6$       c)  $2 - x + xy^{-3}$       d)  $4x^4 - x - y - 1$

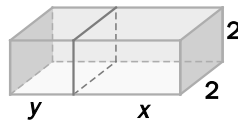
a)  $5x^2\sqrt{y} \rightarrow$  No es un monomio porque contiene la operación radicación aplicada a una letra.

b)  $-3ab^6 \rightarrow$  Es un monomio.

c)  $2 - x + xy^{-3} \rightarrow$  No es un polinomio. Contiene potencias negativas.

d)  $4x^4 - x - y - 1 \rightarrow$  Es un polinomio.

- 5.3. Halla el polinomio que expresa el volumen de este cuerpo geométrico.



Lo podemos considerar como un solo ortoedro de aristas  $y + x$ , 2, 2. Luego su volumen,  $V$ , es:

$$V = (y + x) \cdot 2 \cdot 2 = 4 \cdot (y + x) = 4y + 4x$$

- 5.4. Calcula el valor numérico de  $x^3 - 5x^2 + 6x + 8$  para  $x = -3$  y para  $x = 3$

Para  $x = -3$

$$(-3)^3 - 5 \cdot (-3)^2 + 6(-3) + 8 = -27 - 5 \cdot 9 + 6 \cdot (-3) + 8 = -27 - 45 - 18 + 8 = -82$$

Para  $x = 3$

$$3^3 - 5 \cdot 3^2 + 6 \cdot 3 + 8 = 27 - 5 \cdot 9 + 6 \cdot 3 + 8 = 27 - 45 + 18 + 8 = 8$$

- 5.5. Haz las siguientes operaciones y reduce términos semejantes.

a)  $(x - y) - (y - z^2) - (z - 2y) + z^2$       d)  $2x - x(a + b + 2) + 4xb^2 : (2x)$

b)  $(3x^2 - 1) \cdot (3x^2 - 1)$       e)  $(2x^3 - 3x) \cdot 4x - (2-x) \cdot (2x^2 - 7)$

c)  $(az^2 + 12baz^2 - 2z^2ab^2) : (2az^2)$

a)  $(x - y) - (y - z^2) - (z - 2y) + z^2 = x - y - y + z^2 - z + 2y + z^2 = x + 2z^2 - z$

b)  $(3x^2 - 1) \cdot (3x^2 - 1) = (3x^2 - 1)^2 = 9x^4 - 6x^2 + 1$

c)  $(az^2 + 12baz^2 - 2z^2ab^2) : (2az^2) = \frac{1}{2} + 6b - b^2$

d)  $2x - x(a + b + 2) + 4xb^2 : (2x) = 2x - xa - xb - 2x + 2b^2 = 2b^2 - xa - xb$

e)  $(2x^3 - 3x) \cdot 4x - (2-x) \cdot (2x^2 - 7) = 8x^4 - 12x^2 - (4x^2 - 14 - 2x^3 + 7x) =$   
 $= 8x^4 - 12x^2 - 4x^2 + 14 + 2x^3 - 7x = 8x^4 + 2x^3 - 16x^2 - 7x + 14$